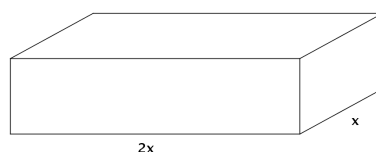


Nombre:

1. Enunciar el teorema de Bolzano y usarlo para probar que la ecuación $x = \cos x$ tiene solución positiva.
2. Se desea construir un paralelepípedo rectangular de 9 litros de volumen y tal que un lado de la base sea doble que el otro. Determinar las longitudes de sus lados para que el área total de sus 6 caras sea mínima.



3. Calcula las asíntotas y determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función $f(x) = (1 + x^2)^{-1}x$. A partir de los resultados obtenidos, dibuja la gráfica de la función $f(x)$.
4. Representa gráficamente la figura plana limitada por la curva $y = x^4$, su recta tangente en el punto $(1, 1)$ y el eje OY . Calcula su área.
5. Calcular el valor de la siguiente integral:

$$\int_1^2 x \sqrt[3]{x^2 - 1} dx$$

6. Calcula $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + x - e^x}{\sin^2 x}$

7. Considera la función:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 5x + m & \text{si } x \leq 1 \\ -x^2 + nx & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

a) Calcula m y n para que f sea derivable en todo \mathbb{R} .

b) ¿En qué puntos es $f'(x) = 0$?